

# Anfrageoptimierung unter Constraints

- 1 Kodierung von Datenbankconstraints
- 2 Äquivalenz Kojunktiver Anfragen unter Constraints
- 3 Chase-Algorithmus und Eigenschaften

## Literatur:

- R. Fagin, P. G. Kolaitis, R. J. Miller, L. Popa: *Semantics and Query Answering*. In Proc. ICDT 2003.
- A. Deutsch, L. Popa, V. Tannen: *Query Reformulation with Constraints*. In SIGMOD Record, Vol. 35, No. 1, March 2006.
- A. Deutsch , A. Nash : *Chase (DB Encyclopedia Entry)*. Springer, 2008.  
<http://db.ucsd.edu/pubsFileFolder/304.pdf>

## Motivation: Anfrageoptimierung unter Constraints

### Beispiel

Sei

$$\begin{aligned} &Sales(\underline{PName}, \underline{SName}, \underline{CName}), \\ &Part(\underline{PName}, \underline{Type}), \\ &Cust(\underline{CName}, \underline{CAddr}), \\ &Supp(\underline{SName}, \underline{SAddr}), \end{aligned}$$

wobei die Schlüsselattribute unterstrichen sind.

Sind die folgenden beiden Konjunktiven Anfragen  $Q$ ,  $Q'$  äquivalent unter Einbeziehung der Schlüsselbedingungen?

$$Q : \quad ans(A, A) \leftarrow Sales(p1, s1, C), Cust(C, A)$$
$$Q' : \quad ans(A, A') \leftarrow Sales(p1, s1, C), Cust(C, A), Cust(C, A')$$

Falls ja, dann ist  $Q$  der Version  $Q'$  offensichtlich vorzuziehen.

## Darstellung von Constraints mittels First-order Logic

### Beispiel

Betrachten Sie die Relation

$Cust(\underline{CName}, CAddr).$

Der Schlüssel-Constraint für Attribut  $CName$  kann als First-order Logic Satz

$$\forall n, a_1, a_2 (Cust(n, a_1) \wedge Cust(n, a_2) \rightarrow a_1 = a_2)$$

dargestellt werden.

### Klassen von Constraints:

Wir betrachten zwei Klassen von Constraints:

- Tuple-generating Dependencies  
z.B. zur Kodierung von Fremdschlüssel-Beziehungen
- Equality-generating Dependencies  
z.B. zur Kodierung von Schlüssel-Beziehungen oder funktionalen Abhängigkeiten

## Tuple-generating Dependencies

### Definition

Sei  $\mathcal{R} = \{R_1, \dots, R_n\}$  ein Datenbankschema und  $\bar{x}, \bar{y}$  Vektoren von Variablen. Eine *Tuple-generating Dependency* ist ein First-order Logic Satz der Form

$$\varphi := \forall \bar{x} (\phi(\bar{x}) \rightarrow \exists \bar{y} \psi(\bar{x}, \bar{y})),$$

so dass die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

- $\phi(\bar{x})$  ist eine Konjunktion von atomaren Formeln der Form  $R_i(\bar{x})$  (mit  $R_i \in \mathcal{R}$ ) über Variablen aus  $\bar{x}$ ,
- $\psi(\bar{x}, \bar{y})$  ist eine nicht leere Konjunktion von atomaren Formeln der Form  $R_i(\bar{x}, \bar{y})$  (mit  $R_i \in \mathcal{R}$ ) über Variablen aus  $\bar{x}$  und  $\bar{y}$ , und
- alle Variablen aus  $\bar{x}$ , die in  $\psi(\bar{x}, \bar{y})$  auftreten, kommen auch in  $\phi(\bar{x})$  vor.

Wir schreiben  $body(\varphi)$  für die Menge von Atomen in  $\phi(\bar{x})$  und  $head(\varphi)$  für die Menge von Atomen in  $\psi(\bar{x}, \bar{y})$ .

## Tuple-generating Dependencies

### Beispiel

#### Der First-order Logic Satz

$$\varphi_1 := \forall p, s, c (Sales(p, s, c) \rightarrow \exists t Part(p, t))$$

drückt die Fremdschlüsselbeziehung des ersten Attributes von *Sales* bezüglich des ersten Attributs von *Part* aus: jedes Element das in der ersten Position von Relation *Sales* auftaucht muss als Schlüssel in der Relation *Part* auftauchen.

$\varphi_1$  ist eine Tuple-generating Dependency. Es gilt:

- $\bar{x} := (p, s, c)$  und  $\bar{y} := (t)$ ,
- $\phi(\bar{x}) := Sales(p, s, c)$  ist eine Konjunktion von atomaren Formeln über  $\bar{x}$ ,
- $\psi(\bar{x}, \bar{y}) := Part(p, t)$  ist eine nicht leere Konjunktion von atomaren Formeln über Variablen aus  $\bar{x}$  und  $\bar{y}$ , und
- die Variablen aus  $\bar{x}$  die in  $\psi(\bar{x}, \bar{y})$  auftreten ( $p$ ), treten auch in  $\phi(\bar{x})$  auf.

Weiterhin gilt  $body(\varphi_1) = \{Sales(p, s, c)\}$  und  $head(\varphi_1) = \{Part(p, t)\}$ .

## Equality-generating Dependencies

### Definition

Sei  $\mathcal{R} = \{R_1, \dots, R_n\}$  ein Datenbankschema und  $\bar{x}$  ein Vektor von Variablen. Eine *Equality-generating Dependency* ist ein First-order Logic Satz der Form

$$\varphi := \forall \bar{x} (\phi(\bar{x}) \rightarrow x_i = x_j),$$

so dass die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

- $\phi(\bar{x})$  ist eine nicht leere Konjunktion von atomaren Formeln der Form  $R_i(\bar{x})$  (mit  $R_i \in \mathcal{R}$ ) über Variablen aus  $\bar{x}$  und
- $x_i, x_j$  kommen in  $\phi(\bar{x})$  vor.

Wir schreiben  $body(\varphi)$  für die Menge von Atomen in  $\phi(\bar{x})$  und  $head(\varphi)$  für die Menge  $\{x_i = x_j\}$ .

## Equality-generating Dependencies

### Beispiel

Der First-order Logic Satz

$$\varphi_2 := \forall n, a_1, a_2 (Cust(n, a_1) \wedge Cust(n, a_2) \rightarrow a_1 = a_2)$$

stellt sicher dass das erste Attribut der Relation *Cust* ein Schlüsselattribut ist.  $\varphi_2$  ist eine Equality-generating Dependency. Es gilt:

- $\bar{x} := (n, a_1, a_2)$ ,
- $\phi := Cust(n, a_1) \wedge Cust(n, a_2)$  ist eine nicht leere Konjunktion von atomaren Formeln über Variablen aus  $\bar{x}$ , und
- $a_1$  und  $a_2$  kommen in  $\phi(\bar{x})$  vor.

Weiterhin gilt  $body(\varphi_2) = \{Cust(n, a_1), Cust(n, a_2)\}$  und  $head(\varphi_2) = \{a_1 = a_2\}$ .

## Constraint-erfüllende Datenbankinstanzen

### Definition

Sei  $\Sigma$  eine Menge von Tuple-generating und Equality-generating Dependencies und  $\mathcal{I}$  eine Datenbankinstanz.  $\mathcal{I}$  erfüllt  $\Sigma$ ,  $\mathcal{I} \models \Sigma$ , genau dann wenn  $\mathcal{I}$  jeden einzelnen Constraint in  $\Sigma$  erfüllt, d.h. es gilt dass  $\mathcal{I} \models \varphi$  für alle  $\varphi \in \Sigma$ .

### Beispiel

Betrachten Sie die Constraintmenge  $\Sigma = \{\varphi_1, \varphi_2\}$  mit

$$\begin{aligned}\varphi_1 &:= \forall p, s, c (Sales(p, s, c) \rightarrow \exists t Part(p, t)), \\ \varphi_2 &:= \forall n, a_1, a_2 (Cust(n, a_1) \wedge Cust(n, a_2) \rightarrow a_1 = a_2),\end{aligned}$$

und die Datenbankinstanz  $\mathcal{I}_1$ :

<i>Sales</i>	<i>PName</i>	<i>SName</i>	<i>CName</i>	<i>Part</i>	<i>PName</i>	<i>Type</i>	<i>Cust</i>	<i>CName</i>	<i>CAddr</i>
	$p_1$	$s_1$	$c_1$		$p_1$	$t_1$		$c_1$	$a_1$
	$p_2$	$s_2$	$c_2$		$p_3$	$t_2$		$c_2$	$a_2$

Offensichtlich gilt  $\mathcal{I}_1 \models \varphi_2$ ,  $\mathcal{I}_1 \not\models \varphi_1$  und folglich  $\mathcal{I}_1 \not\models \Sigma$ .



# Problemstellungen

## Offene Fragestellungen

Gegeben eine Menge von Tuple-generating und Equality-generating Dependencies  $\Sigma$  und zwei Konjunktive Anfragen  $Q, Q'$ :

- Ist das Ergebnis von  $Q$  enthalten im Ergebnis von  $Q'$  auf allen Datenbankinstanzen  $\mathcal{I} \models \Sigma$ ?
- Ist  $Q$  äquivalent zu  $Q'$  auf allen Datenbankinstanzen  $\mathcal{I} \models \Sigma$ ?
- Finde minimale Anfragen die äquivalent zu  $Q$  auf allen Datenbankinstanzen  $\mathcal{I} \models \Sigma$  sind.

## Definition

Sei  $\Sigma$  eine Menge von Tuple-generating und Equality-generating Dependencies und  $Q, Q'$  Konjunktive Anfragen.  $Q$  ist in  $Q'$  enthalten unter  $\Sigma$  ( $Q \sqsubseteq_{\Sigma} Q'$ ) genau dann wenn  $Q(\mathcal{I}) \subseteq Q'(\mathcal{I})$  für alle Datenbankinstanzen  $\mathcal{I} \models \Sigma$ .

$Q$  ist  $\Sigma$ -äquivalent zu  $Q'$  ( $Q \equiv_{\Sigma} Q'$ ) genau dann wenn  $Q \sqsubseteq_{\Sigma} Q'$  und  $Q' \sqsubseteq_{\Sigma} Q$ .

## Motivation

Wir können das Enthaltensein-Problem unter Constraints mit Hilfe des sogenannten Chase-Algorithmus auf das Enthaltensein-Problem ohne Constraints zurückführen.

## Konvention

Gegeben eine konjunktive Anfrage

$$Q: \text{ans}(\bar{x}) \leftarrow \text{body}(\bar{x}, \bar{y})$$

dann bezeichnen die rechte Seite als  $\text{body}(Q)$ .

## Beispiel-Szenario

Schema:  $\text{hasAirport}(c\_id)$ ,  $\text{fly}(c\_id1, c\_id2, dist)$ ,  $\text{rail}(c\_id1, c\_id2, dist)$

### Constraints:

Wenn es zwischen zwei Städten einen Flug gibt, dann haben beide Städte einen Flughafen:

$$\alpha_1 : \forall x_1, x_2, y \ (\text{fly}(x_1, x_2, y) \rightarrow \text{hasAirport}(x_1) \wedge \text{hasAirport}(x_2))$$

Bahn-Verbindungen sind symmetrisch:

$$\alpha_2 : \forall x_1, x_2, y \ (\text{rail}(x_1, x_2, y) \rightarrow \text{rail}(x_2, x_1, y))$$

Jede Stadt die per Flugzeug erreichbar ist, kann auf dem Luftweg auch wieder verlassen werden:

$$\alpha_3 : \forall x_1, x_2, y_1 \ (\text{fly}(x_1, x_2, y_1) \rightarrow \exists x_3, y_2 \ \text{fly}(x_2, x_3, y_2))$$

Flug-Verbindungen sind symmetrisch:

$$\alpha_4 : \forall x_1, x_2, y \ (\text{fly}(x_1, x_2, y) \rightarrow \text{fly}(x_2, x_1, y))$$

## Chase am Beispiel I

$Q_2: \text{ans}(x_2) \leftarrow \text{rail}(c_1, x_1, y_1), \text{fly}(x_1, x_2, y_2), \text{fly}(x_2, x_1, y_2), \text{rail}(x_1, c_1, y_1)$

Repariere eine Verletzung von  $\alpha_1$ :

$Q'_2: \text{ans}(x_2) \leftarrow \text{rail}(c_1, x_1, y_1), \text{fly}(x_1, x_2, y_2), \text{fly}(x_2, x_1, y_2), \text{rail}(x_1, c_1, y_1),$   
 $\text{hasAirport}(x_1), \text{hasAirport}(x_2)$

Wir sehen, dass  $\text{body}(Q'_2)$  alle Constraints erfüllt.

Der Chase-Algorithmus terminiert in diesem Fall.

Wir bezeichnen  $Q'_2$  als  $Q_2^\Sigma$ .

Bezeichne  $Q^\Sigma$  ein Ergebnis des Chase (falls existent).

### Satz

Sei  $Q$  eine konjunktive Anfrage und existiere  $Q^\Sigma$ .

Dann gilt:  $Q \equiv_\Sigma Q^\Sigma$ .

Zum Beweis beachte man, dass die Äquivalenz unter  $\Sigma$  in jedem Chase-Schritt erhalten wird.

## Chase am Beispiel II

Im Allgemeinen ist die Situation nicht so einfach:

$Q: \text{ans}(x_2) \leftarrow \text{hasAirport}(x_1), \text{hasAirport}(x_2), \text{fly}(x_1, x_2, y_2)$

- Chase von  $Q$  mit  $\alpha_4$ :

$Q_2: \text{ans}(x_2) \leftarrow \text{hasAirport}(x_1), \text{hasAirport}(x_2), \text{fly}(x_1, x_2, y_2), \text{fly}(x_2, x_1, y_2)$

- Chase von  $Q$  mit mehrmals  $\alpha_3$ :

$Q_3: \text{ans}(x_2) \leftarrow \text{hasAirport}(x_1), \text{hasAirport}(x_2), \text{fly}(x_1, x_2, y_2), \text{fly}(x_2, x_3, y_3),$   
 $\text{fly}(x_3, x_4, y_4), \text{fly}(x_4, x_5, y_5), \dots$

In diesem Fall terminiert der Algorithmus nicht !

$Q^\Sigma$  ist nicht eindeutig. Z.B. kann man ein paar mal  $\alpha_3$  anwenden und dann  $\alpha_4$ .

Bezeichne  $Q^\Sigma$  ein nicht-eindeutiges Ergebnis des Chase (falls existent).

### Satz

Seien  $Q$  und  $Q'$  konjunktive Anfragen und existiere  $Q^\Sigma$ .

Dann gilt:  $Q \sqsubseteq_\Sigma Q'$  genau dann wenn  $Q^\Sigma \sqsubseteq Q'$ .

Dies liefert einen Algorithmus welcher das Enthaltensein konjunktiver Anfragen unter Constraints entscheidet.